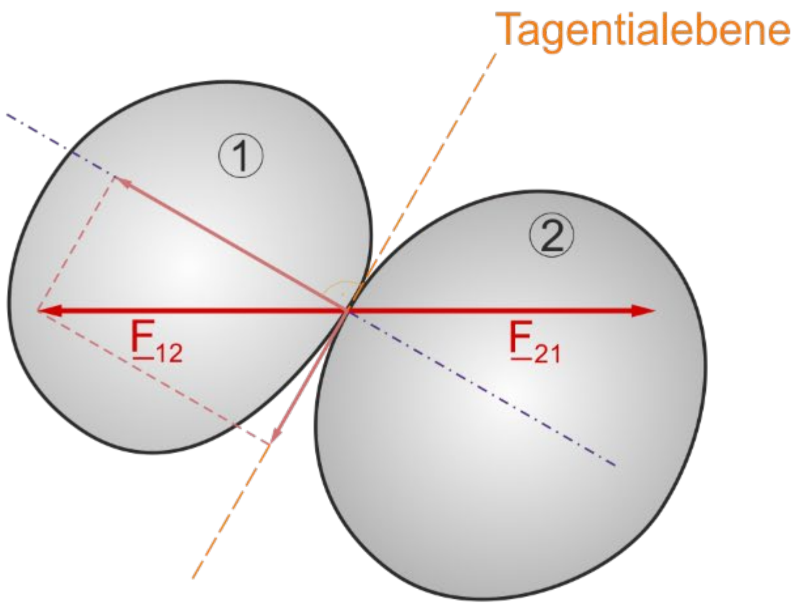
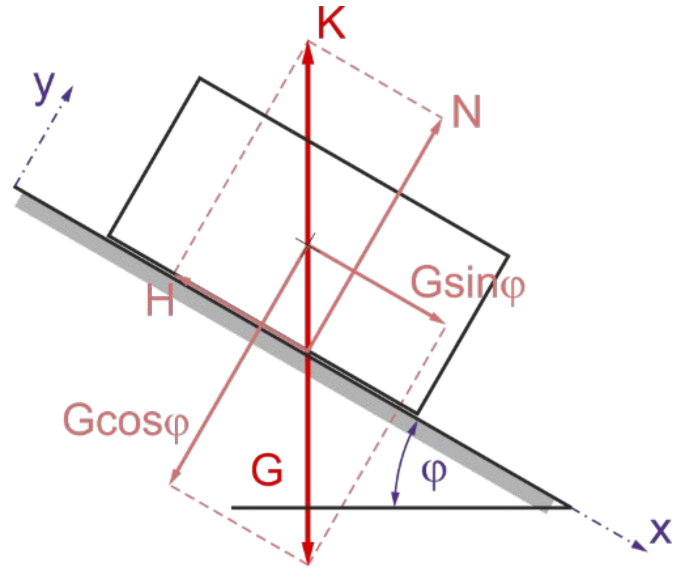
4. Reibung zwischen festen Körpern, Haften und Gleiten

4.1 Grundbegriffe



$$\underline{F}_{21} = -\underline{F}_{12}$$



$$\left.\begin{array}{l} \sum F_{ix} = 0: -H + G\sin\varphi = 0 \rightarrow H = G\sin\varphi \\ \sum F_{iy} = 0: N - G\cos\varphi = 0 \rightarrow N = G\cos\varphi \end{array}\right\} H = N\tan\varphi$$

Solange der Körper haftet, ist *H* eine Bedingungskraft, sie ergibt sich aus den Gleichgewichtsbedingungen!

Haften

Korrespondierende Berührungspunkte der beiden Kontaktpartner haben im betrachteten Augenblick den gleichen Geschwindigkeitsvektor.
In der Statik heißt das: keine Relativbewegung der Kontaktpartner zueinander.

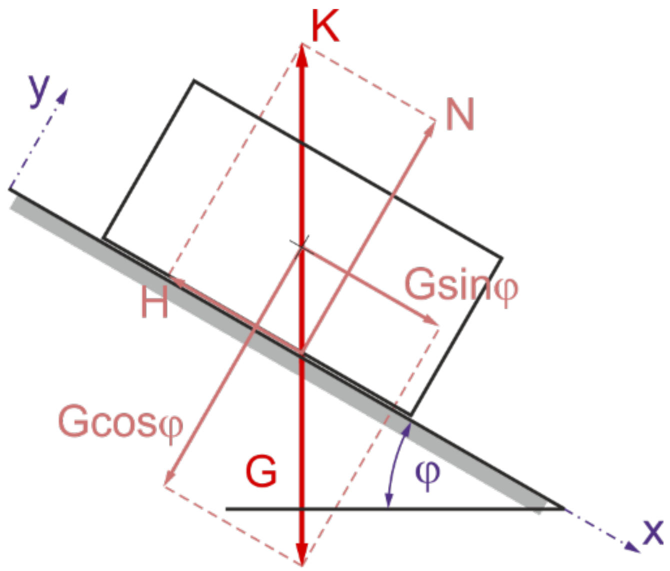
$\varphi_{\max} = \rho_H$…Haftgrenzwinkel

Der Körper ist im Gleichgewicht, solange $\varphi \leq \rho_H$ und somit $\tan\varphi \leq \tan\rho_H$,

also solange: $|H| \leq |N| \tan\rho_H$

Definition: Haftgrenzzahl: $\mu_H = \tan\rho_H$ ($\mu_H \equiv \mu_0$)

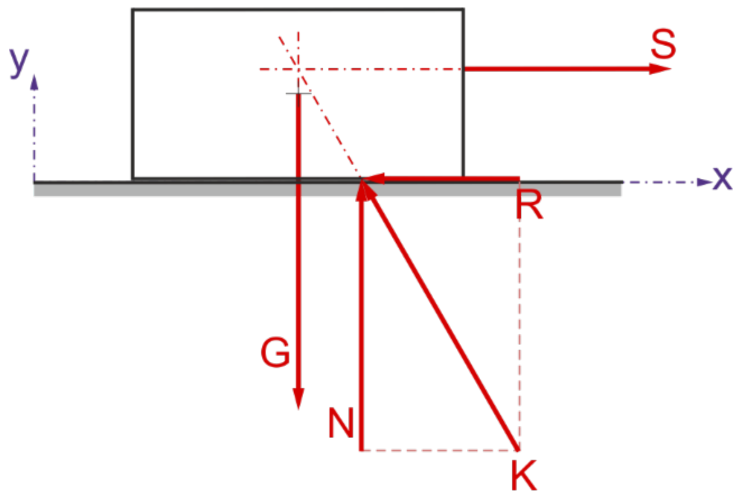
Die Haftbedingung lautet somit: $\boxed{|H| \leq \mu_H |N|}$



N muss in den Körper hineinzeigen, ansonsten kommt es zum Abheben!
Wenn also *N* so (in den Körper zeigend) eingezeichnet wird, und die Rechnung ergibt $N < 0$, so kommt es zum Abheben.

Gleiten

Die beiden Körper werden relativ zueinander bewegt.



$$\sum F_{ix} = 0: \rightarrow R = S$$

$$\sum F_{iy} = 0: \rightarrow N = G$$

Für Gleiten gilt: $|R|$ ist proportional zu $|N|$, bzw. $|R| = |N| \tan\rho_G$

Definition: Gleitreibungskoeffizient: $\mu_G = \tan\rho_G \quad (\mu_G \equiv \mu)$

Coulombsche Reibung: $\boxed{|R| = \mu_G |N|}$

R zeigt stets gegen die Relativbewegung der Berührfläche ⇒ *R* ist eine eingeprägte Kraft!

Bemerkungen:

Die Haftgrenzzahl μ_H sowie der Gleitreibungskoeffizient μ_G sind unabhängig von *N*. Sie sind nur eine Funktion der Materialpaarung!

Normalerweise ist μ_G etwas kleiner als μ_H. Das kann bei Reibkontaktproblemen zu abwechselndem Haften und Gleiten führen.→ stick – slip

Typische Werte:

	μ_H	μ_G
Stahl – Stahl	0,45 – 0,80	0,40 – 0,70
Stahl – Grauguss	0,18 – 0,24	0,17 – 0,24
Stahl - Eis	0,027	0,014
Holz – Metall	0,50 – 0,65	0,20 – 0,50

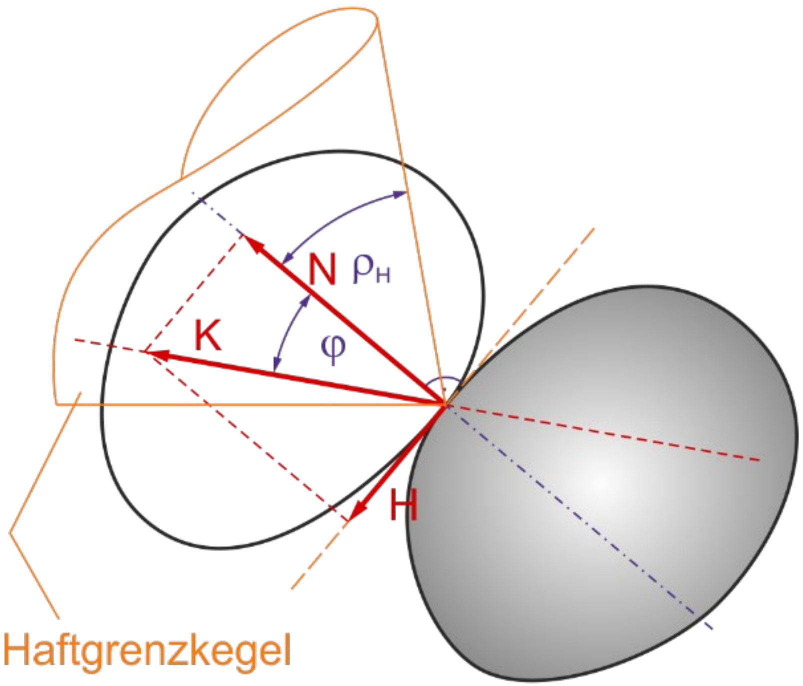
Zusammenfassung:

Haften: $|H| \leq \mu_H |N|$

Gleiten: $|R| = \mu_G |N|$

Coulomb-Morinsche Reibungsgesetze

4.2 Grafische Interpretation

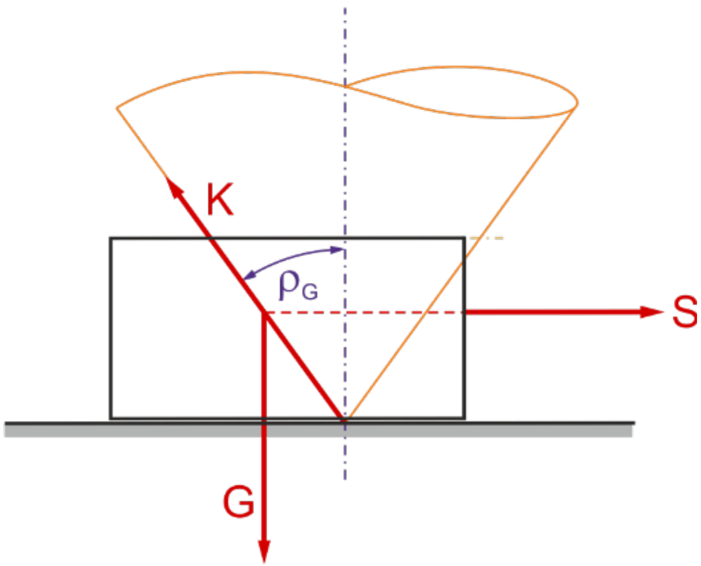


Haften: $\frac{|H|}{|N|} \leq \tan\rho_H \;\rightarrow$

$$\tan\varphi \leq \tan\rho_H \Rightarrow \varphi \leq \rho_H$$

Haften, solange $\underline{K}$ innerhalb des Haftgrenzkegels liegt.

Im Fall des Gleitens liegt $\underline{K}$ genau im Mantel des Gleitreibungskegels:



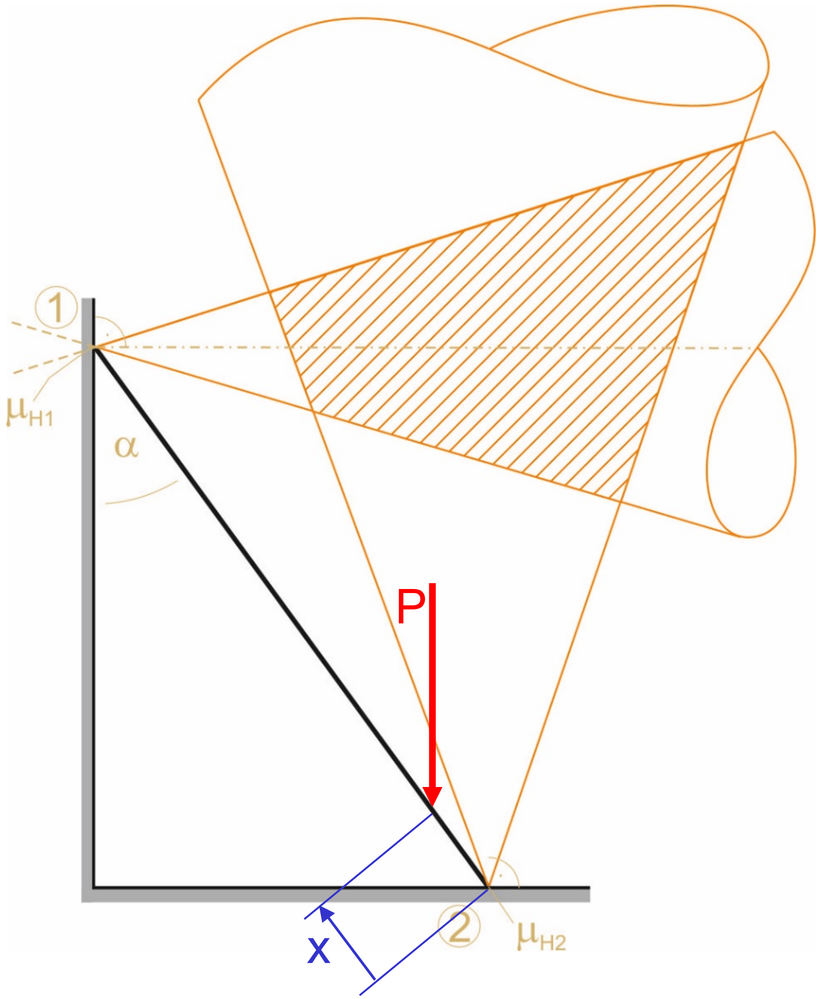
Zustände außerhalb gibt es nicht!

Die Kontaktkraft steht beim Haften nicht mehr normal auf die Berührungsebene!

<u>Bsp.</u>: Eine (masselose) Leiter lehnt an der Wand

Geg.: $\alpha, \mu_{H,1}, \mu_{H,2}$, Länge l

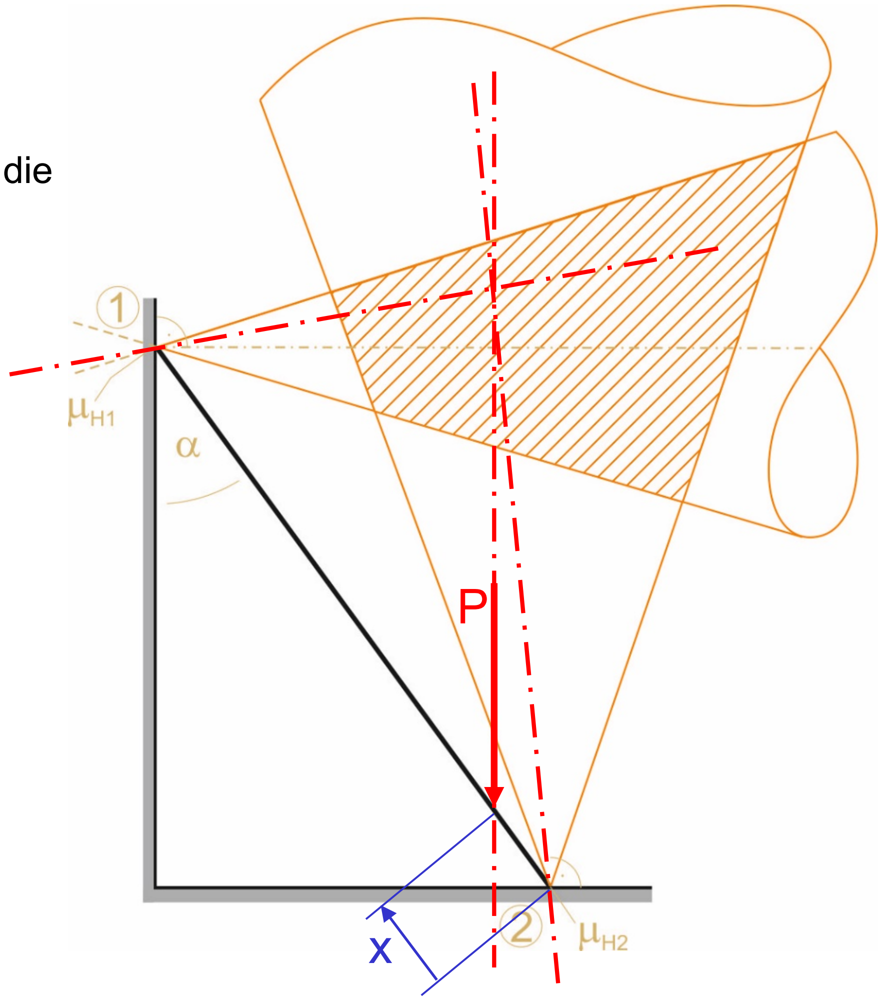
Ges.: ab welcher Position x beginnt die Leiter zu rutschen?



<u>Bsp.</u>: Eine (masselose) Leiter lehnt an der Wand

Geg.: $\alpha, \mu_{H,1}, \mu_{H,2}$, Länge l

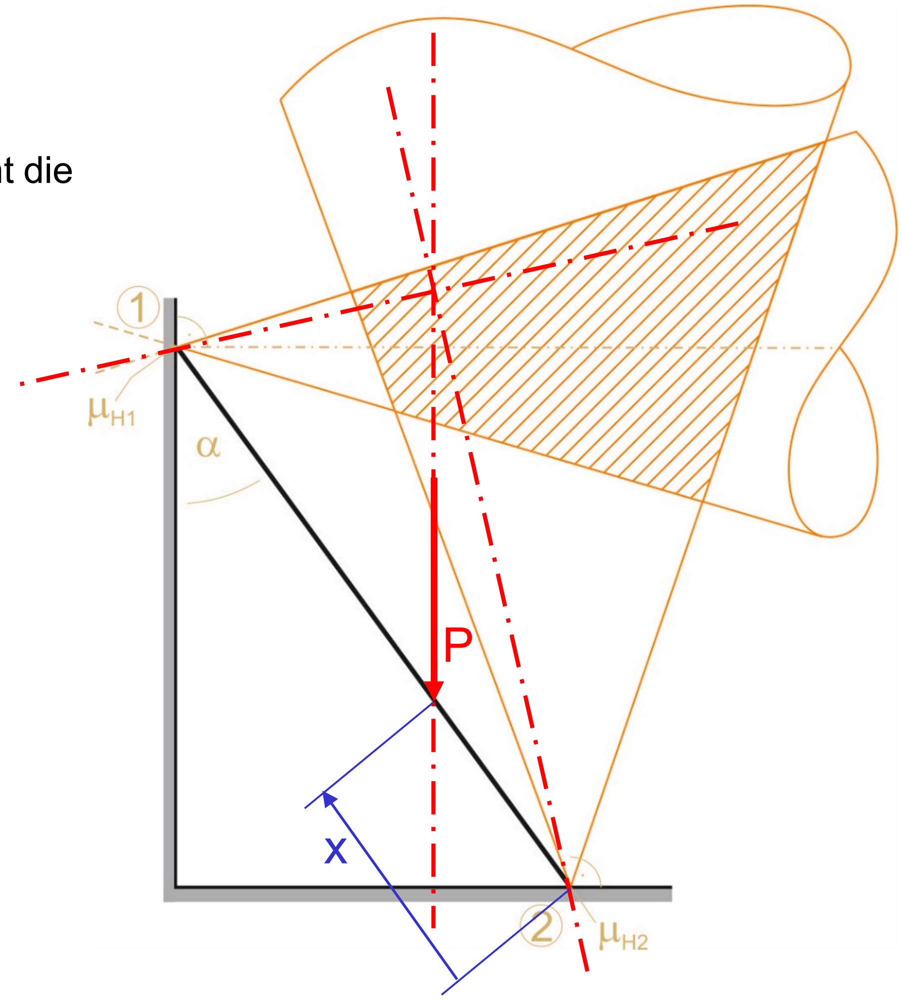
Ges.: ab welcher Position x beginnt die Leiter zu rutschen?



Bsp.: Eine (masselose) Leiter lehnt an der Wand

Geg.: $\alpha, \mu_{H,1}, \mu_{H,2}$, Länge l

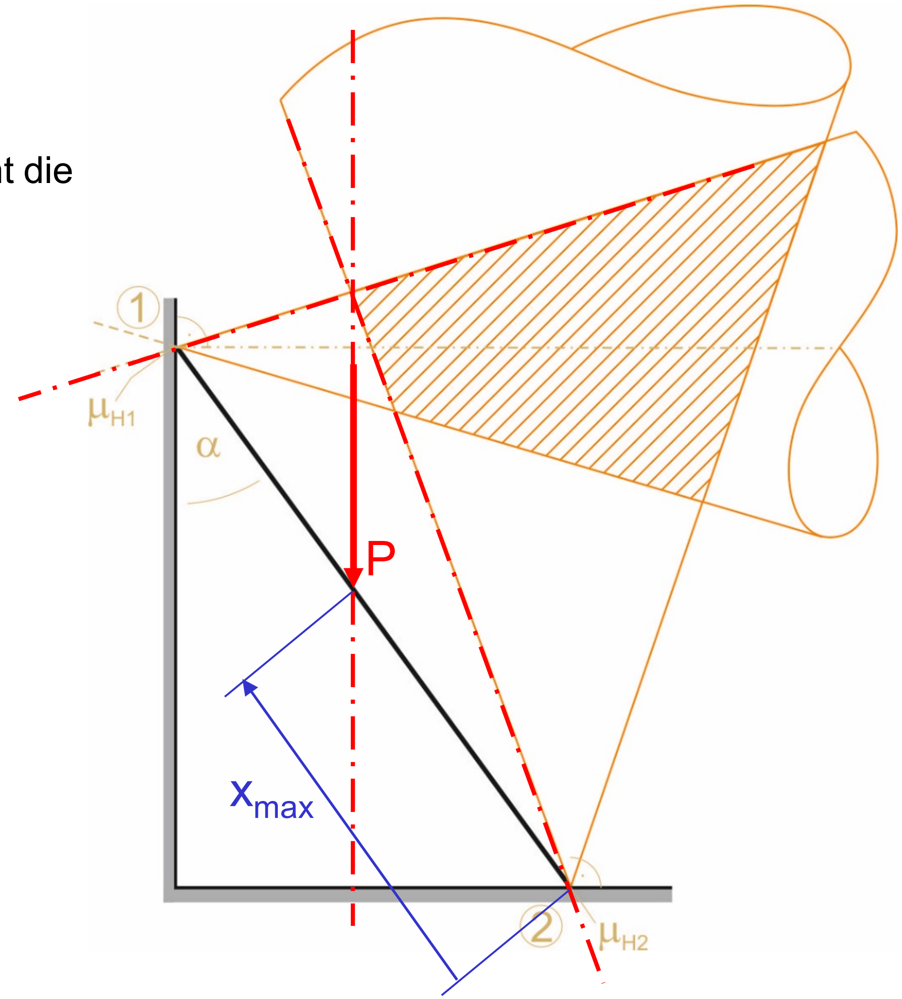
Ges.: ab welcher Position x beginnt die Leiter zu rutschen?



Bsp.: Eine (masselose) Leiter lehnt an der Wand

Geg.: $\alpha, \mu_{H,1}, \mu_{H,2}$, Länge l

Ges.: ab welcher Position x beginnt die Leiter zu rutschen?

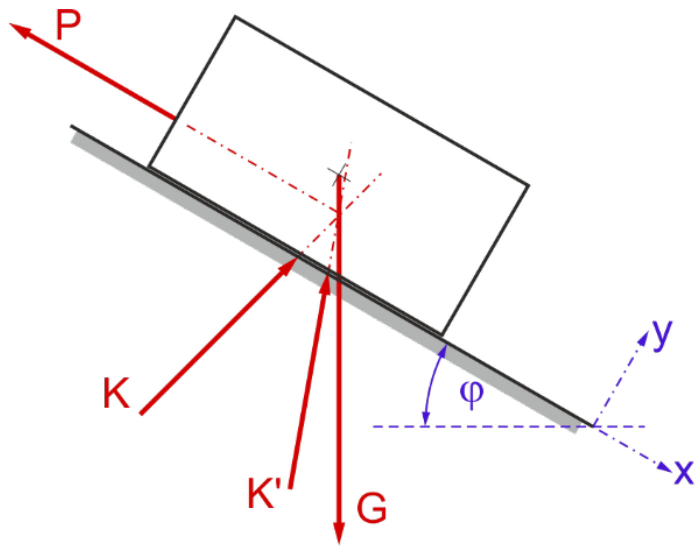


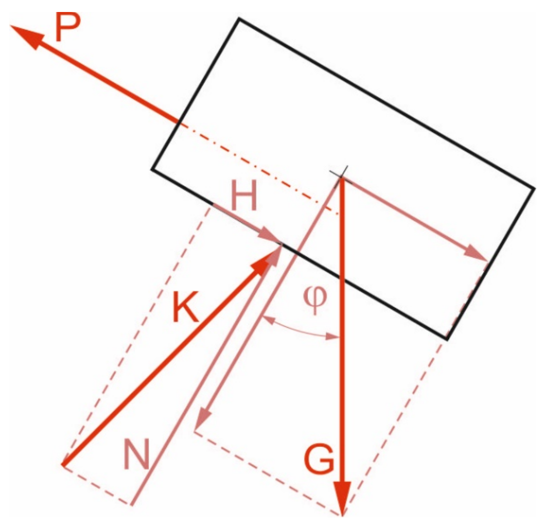
4.3 Beispiele

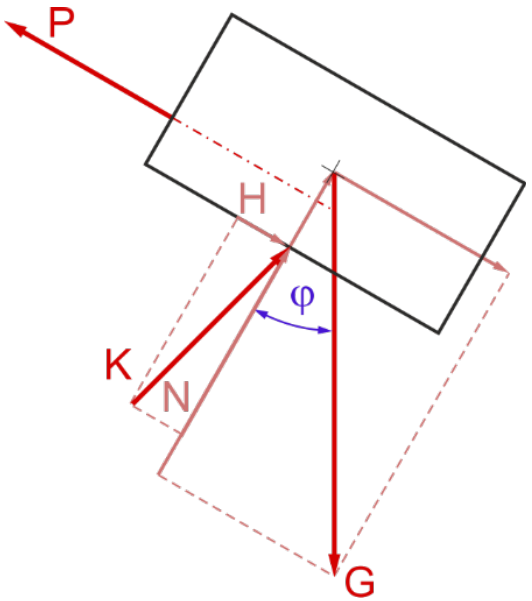
Eine Masse auf einer schiefen Ebene wird durch eine Kraft *P* im Gleichgewicht gehalten.

Geg.: $\varphi > \rho_H$, *G*

Ges.: $P_{\min} < P < P_{\max}$ für Gleichgewicht







$$\sum F_{ix} = 0: -P + G\sin\varphi + H = 0 \quad \rightarrow H = P - G\sin\varphi$$

$$\sum F_{iy} = 0: N - G\cos\varphi = 0 \quad \rightarrow N = G\cos\varphi$$

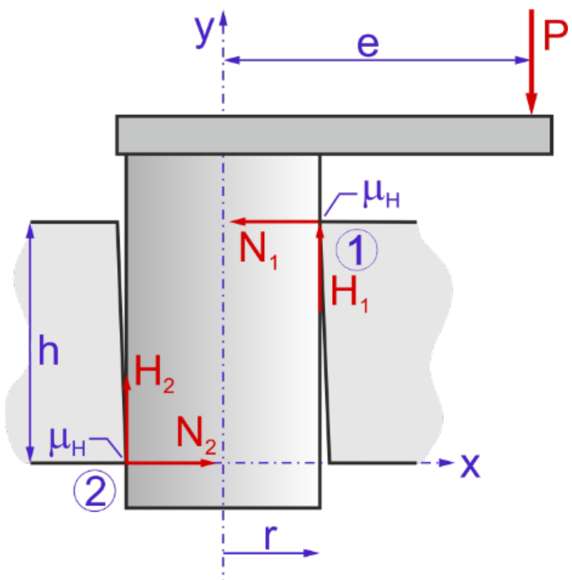
Für Haften muss $|H| \leq \mu_H |N|$ gelten, also:

für $P - G\sin\varphi < 0$: $G\sin\varphi - P < \mu_H G\cos\varphi \Rightarrow P > G(\sin\varphi - \mu_H\cos\varphi) = P_{\mathrm{min}}$

für $P - G\sin\varphi > 0$: $P - G\sin\varphi < \mu_H G\cos\varphi \Rightarrow P < G(\sin\varphi + \mu_H\cos\varphi) = P_{\mathrm{max}}$

$$\underline{G(\sin\varphi - \mu_H\cos\varphi) < P < G(\sin\varphi + \mu_H\cos\varphi)}$$

Bsp.: Ein zylindrischer Bolzen steckt in einer Bohrung und wird exzentrisch belastet.



Selbstsperrung, Selbsthemmung

$$\sum F_{ix} = 0: -N_1 + N_2 = 0 \rightarrow N_1 = N_2 = N$$

$$\sum F_{iy} = 0: H_1 + H_2 - P = 0$$

Für Haften gilt $|H_1| \leq \mu_H |N_1|$, $|H_2| \leq \mu_H |N_2|$

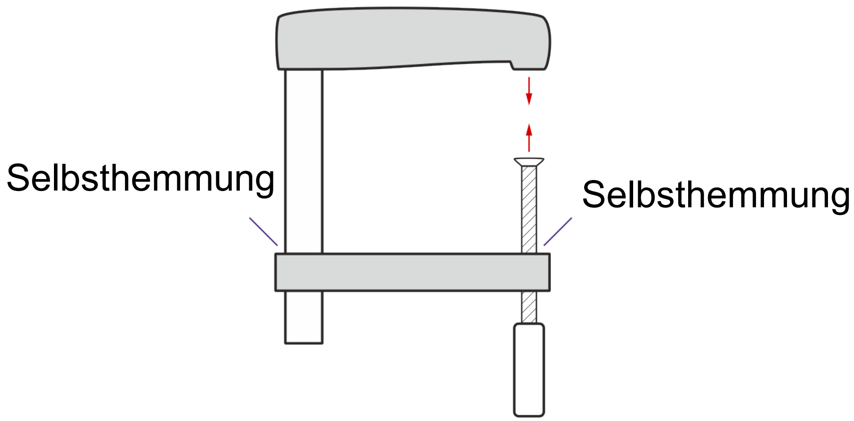
$$\rightarrow 2\mu_H N \geq P \rightarrow N \geq \frac{P}{2\mu_H}$$

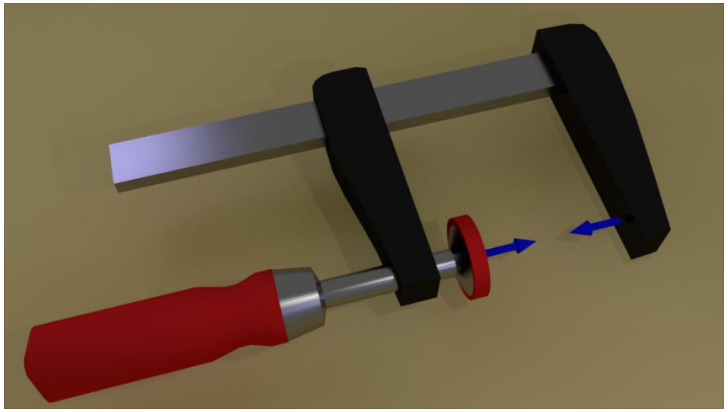
$$\sum M_{i2} = 0: N_1 h + H_1 2r - P(r+e) = 0$$

$$\rightarrow \frac{Ph}{2\mu_H} + \mu_H \frac{P}{2\mu_H} 2r - P(r+e) \leq 0$$

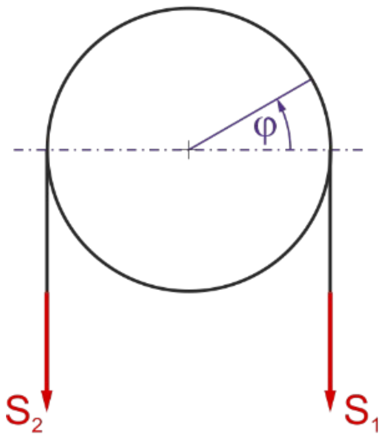
$$\frac{Ph}{2\mu_H} - Pe \leq 0 \Rightarrow \underline{e \geq \frac{h}{2\mu_H}}$$

Die Selbstsperrung hat in der Technik sehr viele Anwendungen, z.B. bei Schrauben, oder Schraubzwingen:

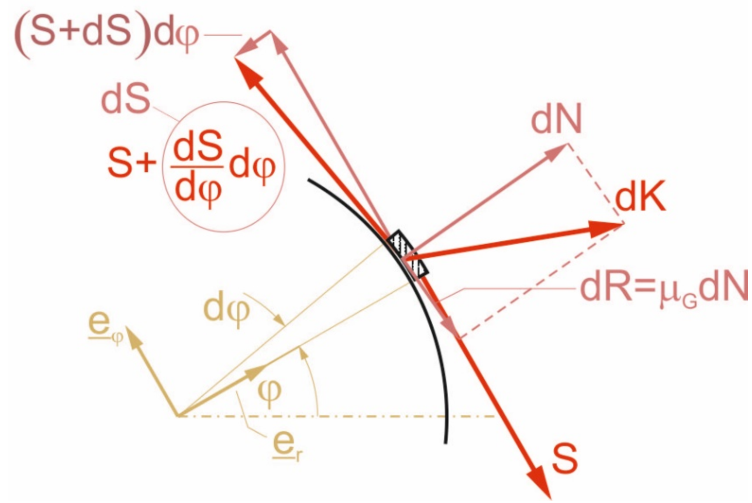




4.4 Seilreibung



Ein Seil wird über eine festgehaltene Rolle gezogen



Gleiten!

Gleichgewicht in radialer Richtung: $$dN - S d\varphi = 0 \rightarrow S = \frac{dN}{d\varphi}$$

Gleichgewicht in Umfangsrichtung: $$-S + S + \frac{dS}{d\varphi}d\varphi - \underbrace{dR}_{\mu_G dN} = 0 \rightarrow \frac{dS}{d\varphi} - \mu_G \frac{dN}{d\varphi} = 0$$

$$\frac{dS}{d\varphi} - \mu_G S = 0 \rightarrow \frac{dS}{S} = \mu_G d\varphi \rightarrow \int_{S_1}^{S_2} \frac{dS}{S} = \int_0^{\alpha} \mu_G d\varphi \rightarrow \ln S_2 - \ln S_1 = \mu_G \alpha \rightarrow \ln \frac{S_2}{S_1} = \mu_G \alpha \rightarrow \frac{S_2}{S_1} = e^{\mu_G \alpha}$$

also: $\boxed{S_2 = S_1 e^{\mu_G \alpha}}$ Seilreibungsgleichung nach (Euler-) Eytelwein

Im Falle des Haftens des Seiles an der Rolle gilt obige Herleitung analog. Es ergibt sich dann:

$$\boxed{S_2 \leq S_1 e^{\mu_H \alpha}}$$

Praktische Anwendung, z.B. Schiffspoller, Bandbremse, Riementrieb: